



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Bestemmelsen af Limfjordens nettostrøm

Larsen, Torben

Publication date:
1978

Document Version
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Larsen, T. (1978). *Bestemmelsen af Limfjordens nettostrøm*. Laboratoriet for Hydraulik og Havnebygning. Bulletin Nr. 11

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



BULLETIN NR. II

TORBEN LARSEN

**BESTEMMELSE AF
LIMFIJORDENS NETTOSTRØM**

LABORATORIET FOR HYDRAULIK OG HAVNEBYGNING
AALBORG UNIVERSITETSCENTER DANMARKSGADE 19 AALBORG DANMARK

AALBORG UNIVERSITETSCENTER

INSTITUTTET FOR VAND, JORD OG MILJØTEKNIK

Danmarksgade 19 9000 Aalborg Danmark telefon (08) 160533

LABORATORIET FOR HYDRAULIK OG HAVNEBYGNING

Ingeniørdocent H. F. Burcharth

Torben Larsen

BULLETIN NR. 11

BESTEMMELSE AF LIMFJORDENS NETTOSTRØM

APRIL 1978

INDHOLDSFORTEGNELSE:

1. Indledning	side	1
2. Konklusion	side	2
3. Definition af nettostrømmen	side	3
4. Metode til bestemmelse af nettostrømmen	side	4
5. Kalibrering af metoden ved direkte målinger	side	7
6. Sammenligning mellem nettovandføringen ved Aalborg og Løgstør i perioden 1.2.74 til 10.2.74	side	10
7. Afsluttende kommentarer	side	11
8. Litteratur	side	12

BILAGSFORTEGNELSE:

Strømmåling ved Aalborg den 4.1.74 til 8.1.74	Bilag nr.	1
- - - - 8.1.74 til 12.1.74	Bilag nr.	2
- - - - 4.2.74 til 8.2.74	Bilag nr.	3
- - - - 10.2.74 til 12.2.74	Bilag nr.	4
- - - - 14.2.74 til 18.2.74	Bilag nr.	5
- - - - 19.2.74 til 22.2.74	Bilag nr.	6
Nettostrømmen ved Aalborg og Løgstør 1.2.74 til 10.2.74	Bilag nr.	7

1. Indledning

Limfjordens nettovandføring fra vest mod øst er den vigtigste faktor for vandkvaliteten i Limfjorden. Nettostrømmen er årsag til, at Limfjorden som helhed har en høj saltholdighed, som eksempelvis er større end saltholdigheden i overfladen i Kattegat. Endvidere er nettostrømmen hovedårsag til de relativt lave koncentrationsniveauer for næringsalte som kan observeres i Limfjorden, i modsætning til hvad der forekommer i de øvrige lukkede danske fjorde.

På grund af tidevandsstrømmen, som dominerer det øjeblikkelige strømbillede i fjorden, kan man i praksis kun bestemme nettovandføringen som differencen mellem en stor østgående og en stor vestgående strøm. Usikkerheden på bestemmelsen af nettostrømmen kan derfor være anselig og i perioder så stor, at nettostrømmens retning kan være vanskelig at fastlægge.

I det følgende beskrives en simpel metode, hvorved man ved observation af tidevandsstrømmens varighed i henholdsvis øst- og vestgående retning kan bestemme nettostrømmen. Desuden er metoden anvendt på en måleperiode, hvor nettostrømmen direkte har været målt og en tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.

Det foreliggende arbejde er støttet af konsistoriums forskningsudvalg og stud.polyt Niels Einar Jensen og stud.polyt. Ervin Pedersen har forestået den nødvendige databehandling. Arbejdet skal endvidere ses som opfyldelsen af et led i instituttets generelle målsætning om en nærmere afklaring af Limfjordens hydrologiske og hydrografiske forhold.

Torben Larsen

april 1978

2. Konklusion

1. Det er eftervist, at der er en rimelig entydig sammenhæng mellem den samlede vandføring i Limfjorden i den periode, hvor strømmen løber i samme retning og den dertil svarende varighed. Det kvantitative udtryk herfor fremgår af formel (5.1) i afsnit 5.
2. På grundlag af observerede strømvarigheder ved Aalborg jernbanebro i perioden 1.2.74 til 10.2.74 er nettostrømmen bestemt. Dette er sammenholdt med Dansk Hydraulisk Instituts målinger i samme periode ved Løgstør og tilfredsstillende overensstemmelse er opnået.
3. Det må skønnes, at den her angivne metode er den simpleste og hidtil bedst egnede til bestemmelse af nettovandføringen i perioder med rolige meteorologiske forhold.

3. Definition af nettostrømmen

Strømforholdene i Limfjorden ved Aalborg kan stort set betragtes som værende endimensionale, dvs. strømmen følger i hovedtrækket strømløbet. Vandføringen i et tværsnit kan derfor defineres som

$$Q = \int_F \bar{u} \, dF \quad \text{hvor}$$

\bar{u} er den tidslige middelværdi af hastigheden i et punkt. Den tidslige midling strækker sig over et rimeligt antal tidsskalaer i turbulensen, i praksis midles over ca. 10 min.

F er et tværsnit vinkelret på strømløbet.

Middelhastigheden over tværsnittet defineret som $\frac{Q}{F}$, betegnes i det følgende ved u .

Strømmen i fjorden domineres af tidevandsstrømmen, idet man normalt kan observere, at strømmen skifter hver 6 1/4 time. Den maksimale vandføring som følge af tidevandet er ved Aalborg ca. 1000-1200 m³/sec svarende til strømhastigheder på 0,3-0,5 m/sec, alt efter det aktuelle tværsnitsareal. Ud over tidevandsstrømmen forekommer en nettostrøm, som er forårsaget af vinden. Den nærmere årsag til nettostrømmen skal ikke tages op her, men i det følgende beskrives en målemetode til bestemmelse af denne.

Nettostrømmen er anslået til på årsgennemsnit at udgøre ca. 100 m³/sec, dvs. omkring 10% af den maksimale tidevandsstrøm ved Aalborg. Bestemmelsen af nettostrømmen foretages bedst ved f.eks. at udregne det glidende gennemsnit af den aktuelle vandføring over en periode på 25 timer eller multiplum heraf. Herved udjævnes de vigtigste tidevandskomponenter.

Imidlertid vil det være rimeligt at sætte begrebet nettostrøm i relation til den tid det tager en vandpartikel at passere igennem fjorden eller den del af fjorden, der betragtes. Den minimale transporttid gennem Limfjorden fra Thyborøn til Hals må skønnes til 10-20 døgn. Nettovandføringen i relation til magasineringen i fjorden medfører desuden, at det ikke er relevant at benytte begrebet nettovandføring i tidsintervaller, som er mindre end samme interval på 10-20 døgn. For delområder af fjorden kan mindre tidsintervaller dog anvendes.

4. Metode til bestemmelse af nettostrømmen

Nettostrømmen kan bestemmes enten ved direkte måling eller ved anvendelse af matematiske modeller. Anvendelse af matematiske modeller kræver imidlertid, at modellerne kalibreres ved anvendelse af direkte målinger. En sådan bestemmelse af nettovandføringen er foretaget i "Limfjordsundersøgelsen 1973-75", litt. [1]. Imidlertid foreligger der et stort observationsmateriale bl.a. fra Aalborg, som ikke har været inddraget i undersøgelsen.

Det Kongelige Danske Søkortarkiv har i en længere periode i 1971 målt vandføringen i Limfjorden ved Aalborg med en selvregistrerende måler. Imidlertid har disse målinger kun været af begrænset værdi, da selve hastighedsmåleren i den største del af måleperioden har været blokeret af tang. Måleren har dog registreret strømmens retning som funktion af tiden. Tilsvarende har vi ved laboratoriet, i begyndelsen af 1974, udført tilsvarende målinger ved Aalborg. Også en del af disse målinger blev forstyrret af tang på måleren.

I det følgende beskrives en metode til bestemmelse af vandføringen i fjorden på grundlag af målinger, hvor man kun har observationer af strømmens retning.

På bilagene nr. 1 til 6 er angivet strømhastigheden i Limfjorden, målt under jernbanebroen ved Aalborg med en strømmåler af typen Aanderaa RCM-4. Da vandspejlsvariationerne som følge af tidevandet er relativt små, i størrelsesordenen 2-3% af vanddybden, synes tidevandsstrømmen at være rimelig symmetrisk om middelvandføringen. Der er således ikke tegn på, at f.eks. ebbestrømmen skulle være kraftigere end flodstrømmen, hvad man som bekendt ofte observerer i egentlige tidevandsområder, hvor vandspejlsvariationerne er større.

Der opstilles nu den enklest mulige model for strømmen i fjorden idet det antages, at strømmen kan beskrives som

$$u = u_t \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) + u_n \quad (4.1)$$

u er middelhastigheden over tværsnittet

u_t er amplituden i tidevandsstrømmen, i gennemsnit over 1 måned

T er tidevandsperioden 12,42 timer (M_2 -komponenten)

t er tiden

u_n er nettostrømmen

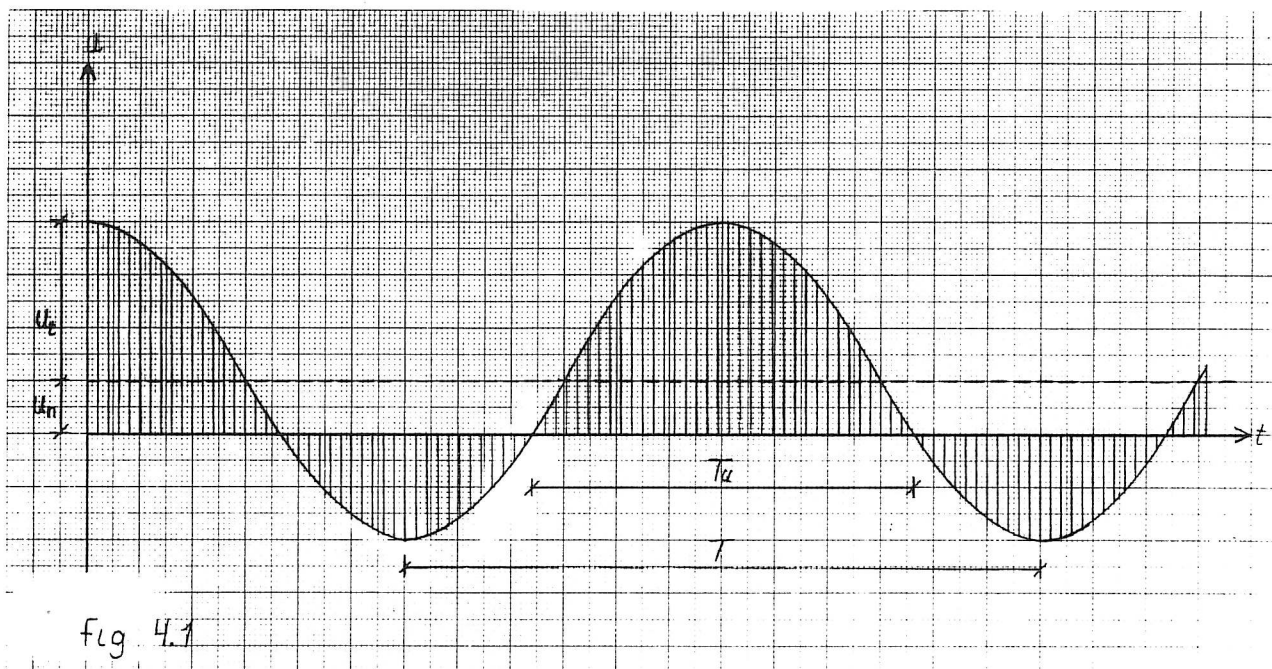


fig. 4.1

En sådan grov forenkling er naturligvis diskutabel, men mulighederne for at opløse tidevandsstrømmen efter de forskellige astronomiske komponenter er ikke til stede på grund af de relativt korte serier. Desuden må man forvente, at strømforholdene i langt mindre grad end vandstandsforholdene kan beskrives ved et lineært system, hvor superposition kan anvendes.

Såfremt ovennævnte antagelse kan anvendes, ses det af fig. 4.1, at der må være en entydig sammenhæng mellem den varighed T_u , hvor strømmen løber i samme retning og den totale vandføring i samme tidsrum.

I det følgende vil begrebet strømvej, som defineres

$$V = \int_{t_0}^{t_0 + T_u} u \, dt \quad (4.2)$$

anvendes i stedet for vandføringen. Vandføringen bestemmes ved produktet af strømvejen og fjordens tværsnitsareal på den aktuelle lokalitet.

Sammenhængen mellem V og T_u kan bestemmes ved enkle regninger:

$$V = \int_{-\frac{T_u}{2}}^{+\frac{T_u}{2}} [u_t \cos(\frac{2\pi}{T} t) + u_n] dt \quad (4.3)$$

T_u bestemmes ud fra at u sættes lig 0, se fig. 4.1

$$0 = u_t \cos \left(\frac{2\pi}{T} \frac{T_u}{2} \right) + u_n \quad \text{hvoraf fås}$$

$$u_n = u_t \cos \left(\frac{2\pi}{T} \frac{T_u}{2} \right) \quad \text{som indsat i (4.3) giver}$$

$$V = 2 \int_0^{\frac{T_u}{2}} [u_t \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) - u_t \cos \left(\frac{2\pi}{T} \frac{T_u}{2} \right)] dt \quad \text{eller}$$

$$V = \frac{u_t T}{\pi} \left[\sin \left(\pi \frac{T_u}{T} \right) - \pi \frac{T_u}{T} \cos \left(\pi \frac{T_u}{T} \right) \right] \quad \text{eller}$$

$$\frac{V}{u_t T} = \frac{1}{\pi} \left[\sin \left(\pi \frac{T_u}{T} \right) - \left(\pi \frac{T_u}{T} \right) \cos \left(\pi \frac{T_u}{T} \right) \right] \quad (4.4)$$

Dette gælder naturligvis kun for $\frac{T_u}{T} \leq 1$.

Grafen for (4.4) vises senere på fig. 5.1

Denne funktion kan tilnærmes med et udtryk som følger:

$$\frac{V}{u_t T} = a \left(\frac{T_u}{T} \right)^b$$

Set ud fra et matematisk synspunkt kan dette virke helt tilfældigt, men med henblik på anvendelse af et standard regressionsanalyseprogram er dette udtryk meget simpelt at anvende. Som det desuden ses på fig. 5.2 er der trods alt en rimelig overensstemmelse mellem de to udtryk.

Ved en regressionsanalyse med ovennævnte udtryk og anvendelse af 20 sammenhørende værdier af V og T_u beregnet af (4.4) bestemmes

$$\frac{V}{u_t T} = 1,60 \left(\frac{T_u}{T} \right)^{2,63} \quad (4.5)$$

korrelationskoefficient $r = 0,99$

(4.5) ses på fig. 5.1.

5. Kalibrering af metoden ved direkte målinger

Blandt de målinger laboratoriet har udført ved jernbanebroen ved Aalborg er udvalgt 72 perioder hvor sammenhørende værdier af strømvej og varighed er bestemt. Disse måleperioder er udvalgt således, at de skulle dække de forskellige meteorologiske og astronomiske situationer, som kan forekomme. Målsætningen har været at bestemme en empirisk sammenhæng mellem strømvej og varighed af strøm, som skulle kunne anvendes som gennemsnitsværdi for hele året, og således f.eks. ikke skelne mellem tidevandsstrømmen ved henholdsvis niptid og springtid.

På fig. 5.1 er plottet sammenhørende værdier af strømvej og tilhørende varighed. Ved regressionsanalyse er indlagt den bedste kurve af typen

$$V = a T_u^b$$

hvor

$$a = 4,84 \cdot 10^{-4}$$

$$b = 2,08$$

T_u indsættes i sec og enheden for V er cm.
Korrelationskoefficienten var 0,92

Strømvejen bestemmes altså af

$$V = 4,84 \cdot 10^{-4} T_u^{2,08} \quad (5.1)$$

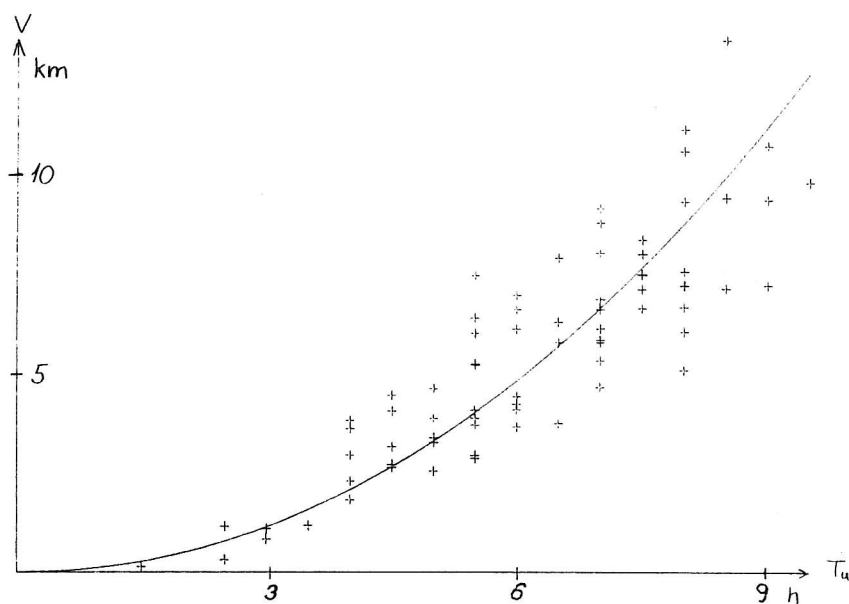


Fig 5.1

Idet man i gennemsnit har målt $u_t = 44 \text{ cm/sec}$ og $T = 12,4 \text{ h}$ kan formel (5.1) omskrives til

$$\frac{V}{u_t T} = 1,156 \left(\frac{T}{u_t} \right)^{2,08} \quad (5.2)$$

Formel (5.2) er afbildet på nedenstående fig. 5.2. På denne figur ses desuden formel (4.4) som er det teoretiske udtryk, og formel (4.5) som er den kurve af typen $y = a x^b$ som har den bedste tilpasning til (4.4).

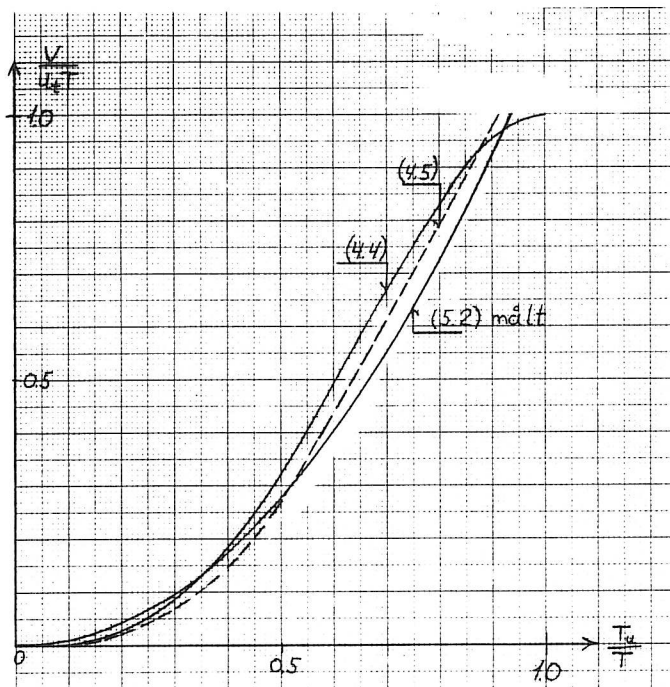


fig. 5.2

Ved sammenligning mellem de kurver er det væsentligt at bemærke, at i området nær $T_u = 0,5T$ er der særdeles god overensstemmelse. Dvs. at i perioder med relativ lille nettostrøm må man antage, at metoden er nøjagtigst. Ved kraftig nettostrøm bemærker man en større afvigelse fra den teoretisk beregnede værdi og den målte. Men da man i dette tilfælde bestemmer nettostrømmen som differencen mellem et relativt stort og et relativt lille tal, er denne afvigelse mindre væsentlig. På denne baggrund kan det antages, at formel (5.1) kan anvendes ved beregning af fjordens nettovandføring.

Proceduren ved beregning af nettovandføringen er herefter følgende:

For hver periode med strøm i samme retning beregnes af formel (5.1), den samlede strømvej i denne periode. Ved multiplikation med fjordens tværsnitsareal findes den samlede vandføring i samme periode. Man kan herefter f.eks. ugevis som omtalt i afsnit 3 opgøre nettovandføringen.

Når man i det foregående har forsøgt at vurdere afvigelse mellem teoretiske og målte værdier for strømvejen, som funktion af strømmens varig-

hed, har det primært været med henblik på at få en kontrol på, at størrelsesordenen for den målte sammenhæng var sandsynlig. At der øjensynlig er ganske god overensstemmelse bekræfter, at denne simple metode skulle kunne anvendes også på andre lokaliteter til bestemmelse af netto vandføringen ved direkte anvendelse af formel (4.4) eller eventuelt (4.5).

Man bemærker, at for store varigheder, dvs. ved kraftig nettostrøm, ligger de målte strømveje lavere end de teoretiske. Dette er formentlig en konsekvens af, at superpositionsprincippet ikke gælder for strømhastighederne. Nettostrømmen dæmper altså amplituden i tidevandsstrømmen.

6. Sammenligning mellem nettovandføringen ved Aalborg og Løgstør i perioden 1.2.74 til 10.2.74.

Som et led i "Limfjordsundersøgelsen 1973-75" havde Dansk Hydraulisk Institut under hele undersøgelsen udlagt en strømmåler i Limfjorden ud for Løgstør havn. Med henblik på at sammenligne den i det foregående angivne metode til bestemmelse af nettovandføringen med en direkte måling af samme, er udvalgt perioden 1.2.74 til 10.2.74. Det skal bemærkes, at denne periode ikke er dækket af de 72 halve tidevandsperioder som har været anvendt ved kalibrering af modellen.

På bilag nr. 7 er angivet nettohastigheden på de to lokaliteter. Nettohastigheden er i dette tilfælde angivet som en gennemsnitsværdi over 1 tidevandsperiode. De af Dansk Hydraulisk Institut målte strømhastigheder ved Løgstør er på figuren multipliceret med en faktor 0,48, som er forholdet mellem fjordens tværsnitsareal henholdsvis ved Løgstør og Aalborg. Nettovandføringen fremkommer ved at multiplicere de angivne nettohastigheder med 2650 m^2 . Der er i denne forbindelse ikke foretaget nogen nærmere undersøgelse af profilfaktoren for de to strømmålere. Profilfaktoren er den dimensionsløse faktor som angiver forholdet mellem middelhastigheden over fjordens tværsnit og den målte strømhastighed.

Der vil primært være to årsager til at nettovandføringen ved henholdsvis Aalborg og Løgstør ikke stemmer fuldstændig overens. For det første forekommer der en magasinering mellem de to tværsnit og dernæst kan der være tale om en nettotilførsel til fjorden af ferskvand fra det tilhørende nedbørsområde. Magasineringseffekten vil i gennemsnit være nul over længere perioder og ferskvandstilførslen i den aktuelle periode var i størrelsesordenen $35 \text{ m}^3/\text{sec}$ fra oplandet mellem de to målestationer. Dette indebærer, at en afvigelse på op til $35 \text{ m}^3/\text{sec}$ eller ca. $1 \text{ cm}/\text{sec}$ kan skyldes ferskvandstilførslen, hvilket ses at være helt uvæsentligt for sammenligningen af nettovandføringen ved henholdsvis Aalborg og Løgstør.

7. Afsluttende kommentarer

Den her omtalte metodes begrænsning er i det væsentlige, at der ved kraftig nettostrøm i fjorden ikke optræder de normale ændringer af strømretningen forårsaget af tidevandsstrømmen. Metoden vil derfor være mest egnet til perioder med rolige vindforhold. Netop under rolige vejrforhold må det antages, at den for Limfjorden kalibrerede matematiske model meget vanskeligt kan fastsætte størrelsen af nettostrømmen. Dette skyldes bl.a. at overførslen af forskydningsspændingen mellem vind og vandoverflade er særdeles usikker i disse perioder.

For perioder med kraftig vind kan nettovandføringen bestemmes ved anvendelse af vandstandsmålerne i Løgstør og Aalborg, idet man på grundlag af vandspejlsdifferencen mellem de to målere med god nøjagtighed kan beregne nettostrømmen (se f.eks. litt. [2] og [3]). Endvidere vil den omtalte matematiske model naturligvis også kunne anvendes her.

Det er hensigten i fortsættelse af herværende arbejde at belyse problemerne omkring nettostrømmen i sommerhalvåret, herunder at vurdere hyppighed og styrke af den vestgående nettostrøm, som under østlige vindretninger kan føre næringssalte fra Aalborgs spildevandsudledninger ind i den vestlige del af fjorden.

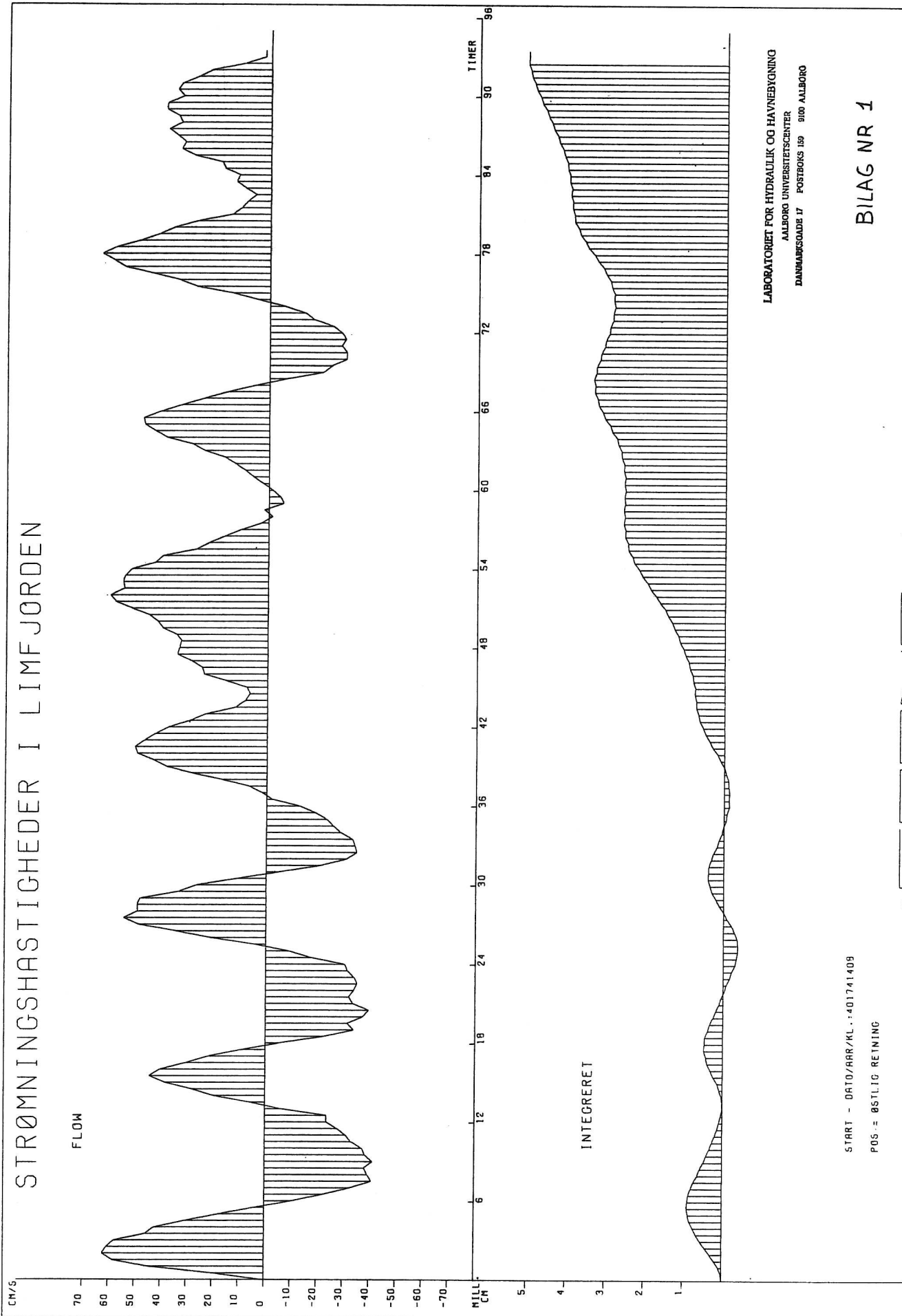
8. Litteratur

- [1] Limfjordskomiteen (1976): "Limfjordsundersøgelsen 1973-75"
- [2] Ministeriet for offentlige arbejder (1942): "Betænkning af den af ministeriet for offentlige arbejder under 16. april 1937 nedsatte kommission til undersøgelse af spørgsmålet om foranstaltninger til sikring af Limfjordstangerne og Thyborøn havn og kanal"
- [3] Thyborønudvalget af 1957 (1959): "Stormflodsvandstande i Limfjorden med åben Thyborøn kanal"
Rapport nr. 2 september 1959
- [4] Isotopcentralen (1970): "Recipientundersøgelse i Limfjorden"
Rapport til landvæsenskommissionen Aalborg Amts 1. område vedrørende spildevandsudledningen fra Aalborg, Nørresundby m.v.

Bulletiner fra Laboratoriet for Hydraulik og Havnebygning:

- Bulletin nr. 1 H. F. Burcharth og Torben Larsen
 "Introduktion af laboratoriet" december 1971
- Bulletin nr. 2 H. F. Burcharth og Torben Larsen
 "Elementær laboratoriepraktik for bygningsingeniør-
 studerende" april 1972
- Bulletin nr. 3 Michael Brorsen, H. F. Burcharth og Torben Larsen
 "Stabilitet af doloskråninger" marts 1973
- Bulletin nr. 4 Strandby havn Ny forhavn
 Modelforsøg med bølgeuro, april 1973
- Bulletin nr. 5 Referat af studierejse til Holland,
 efteråret 1973
- Bulletin nr. 6 Helsingør Nordhavn
 Modelforsøg med bølgeuro, april 1974
- Bulletin nr. 7 H. F. Burcharth
 "Forslag til lystbådehavne i Aalborg" august 1974
- Bulletin nr. 8 K. Erling Navntoft
 "Metode til samtidig måling af hastighed og sedi-
 mentkoncentration i stationære strømninger med
 sediment i suspension" august 1974
- Bulletin nr. 9 M. Brorsen, H. F. Burcharth og Torben Larsen
 "Stability of dolos slopes" august 1974
- Bulletin nr. 10 Strandby Havn
 Rapport om modelforsøg med stenmole, oktober 1974
- Bulletin nr. 11 Torben Larsen
 "Bestemmelse af Limfjordens nettostrøm" april 1978

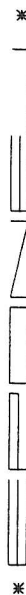
STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJORDEN



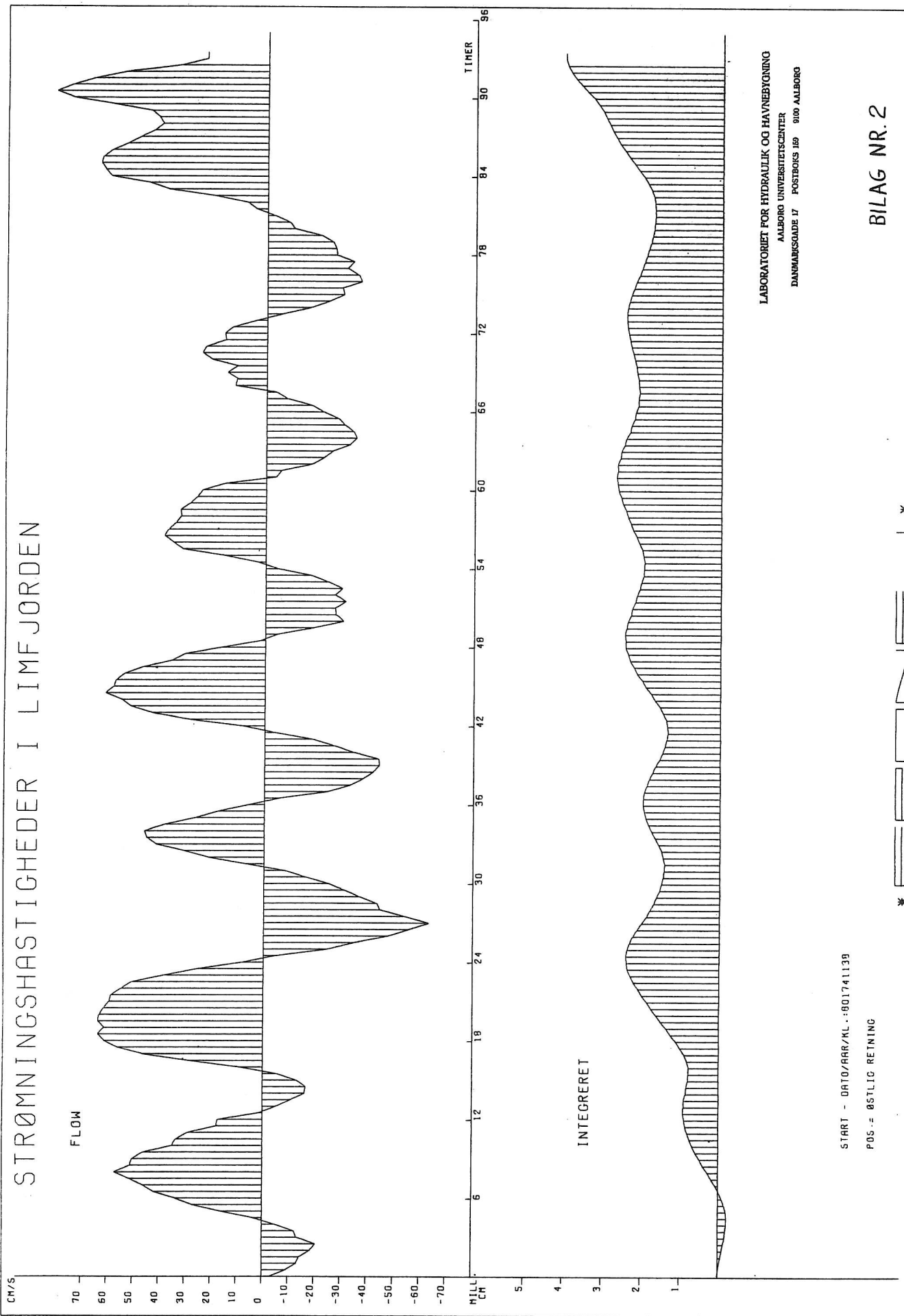
LABORATORIET FOR HYDRAULIK OG HAVNEBYGNING
AALBORG UNIVERSITETSCENTER
DANMARKSGADE 17 POSTBOKS 159 9100 AALBORG

START - 0810/RRR/KL.:401741409
POS. = ØSTLIG RETNING

BILAG NR 1



STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJORDEN

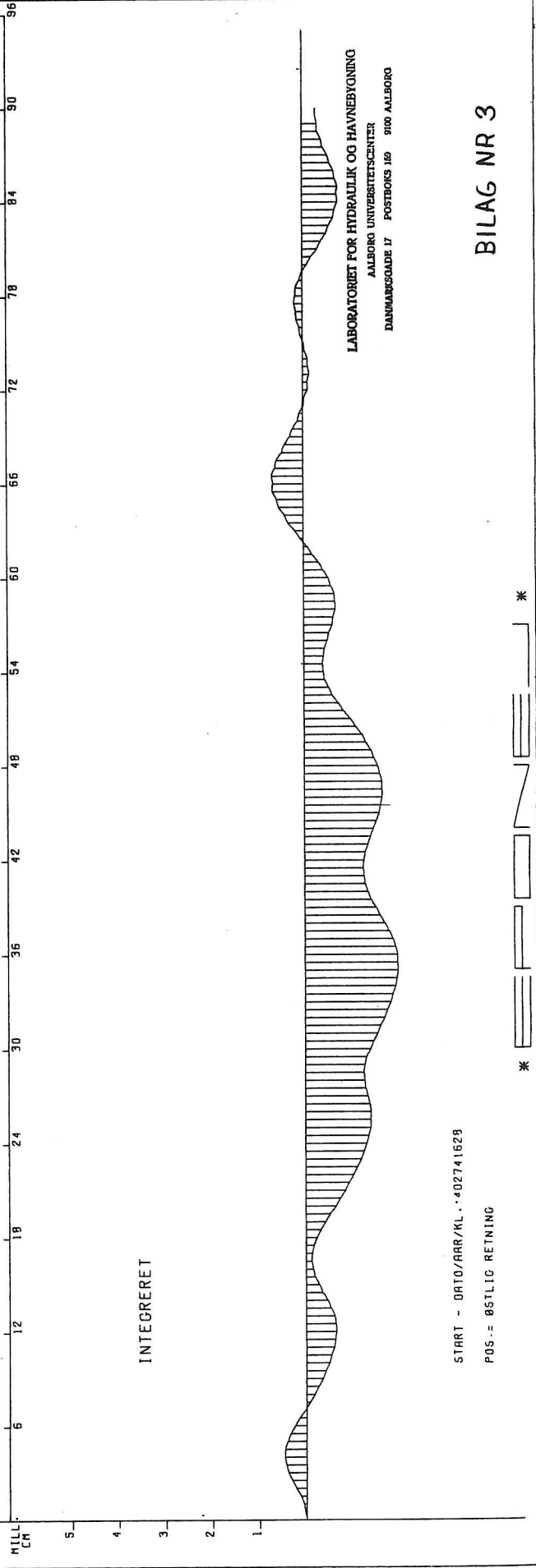
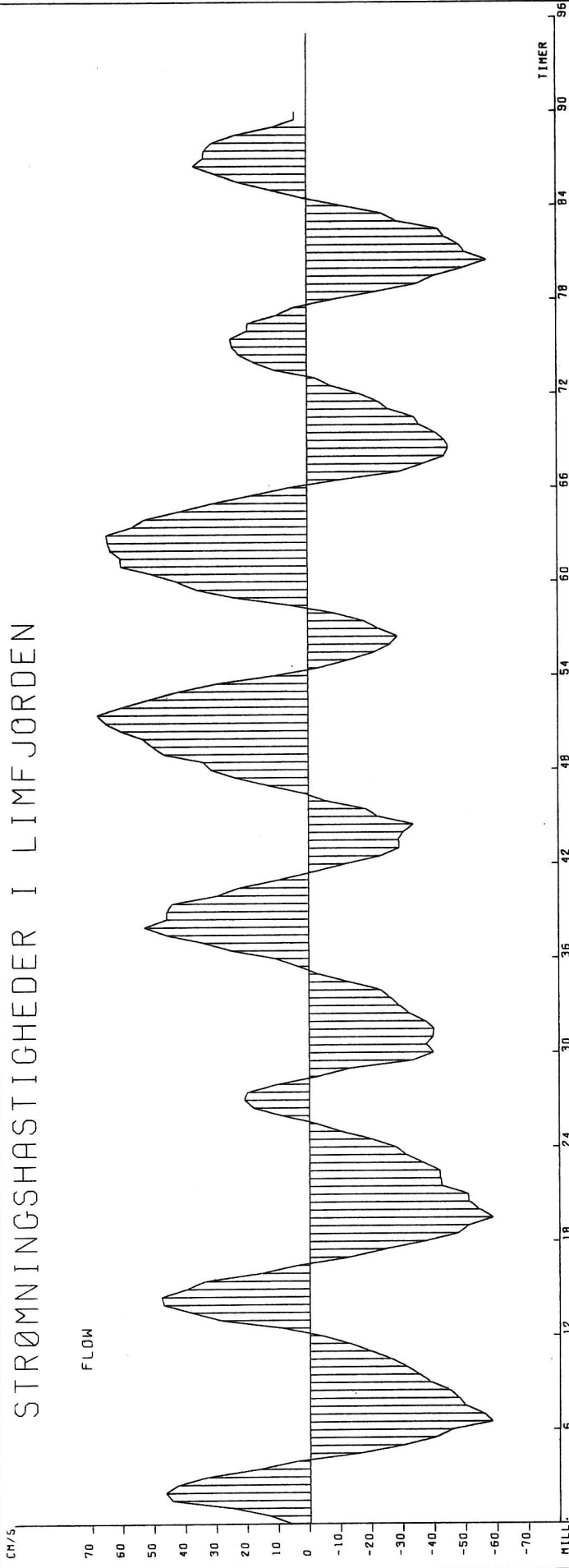


LABORATORIET FOR HYDRAULIK OG HAVNEBYGNING
 AALBØRGS UNIVERSITETSCENTER
 DANMARKSGADE 17 POSTBOKS 169 9000 AALBØRG

START - DATO/ÅR/ÅR/ÅR.: 80/1741139
 POS.: ØSTLIG RETNING



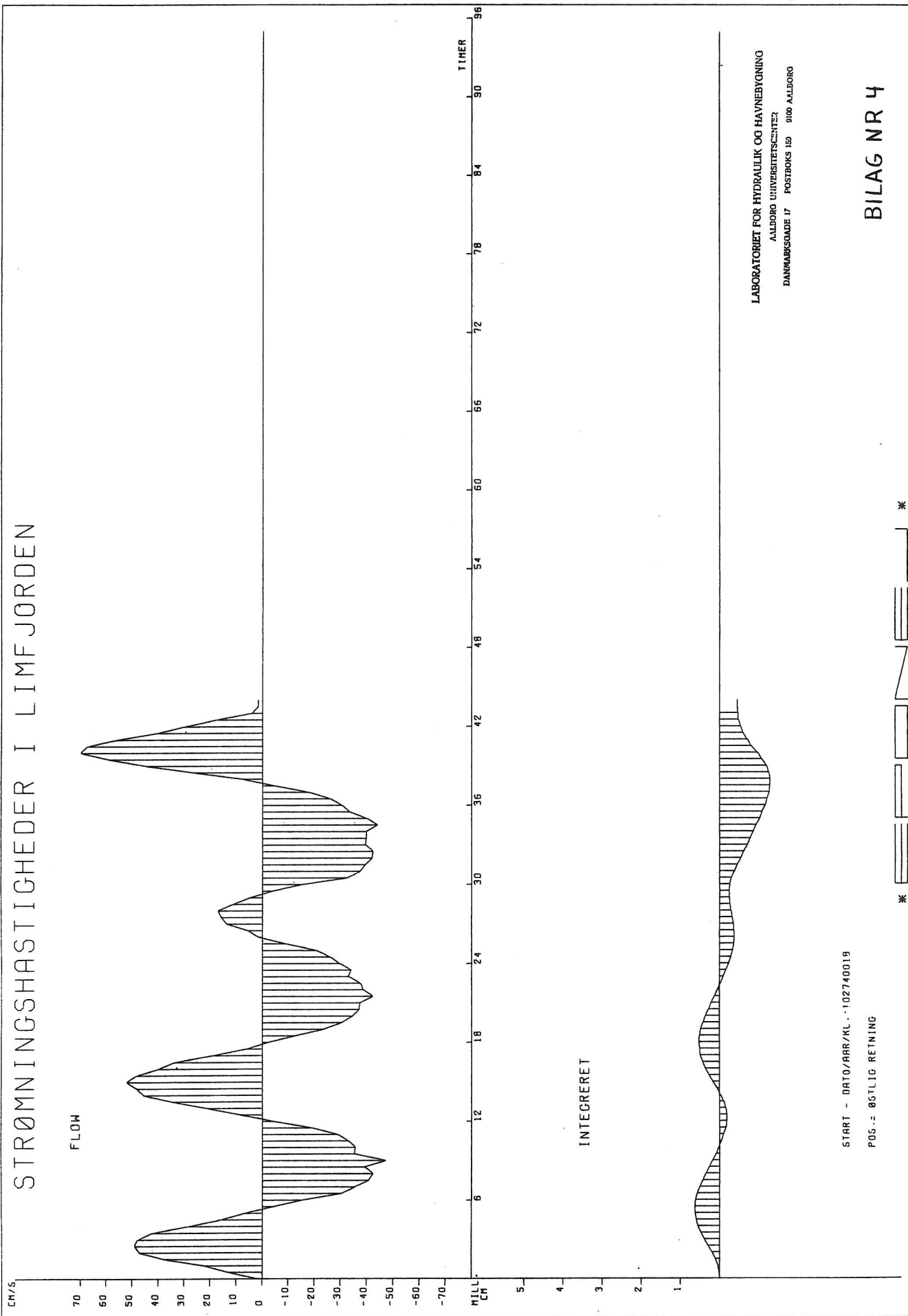
STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJØRDEN



78/03/20 °
13 ° 42 ° 39 °

I 5 M I K

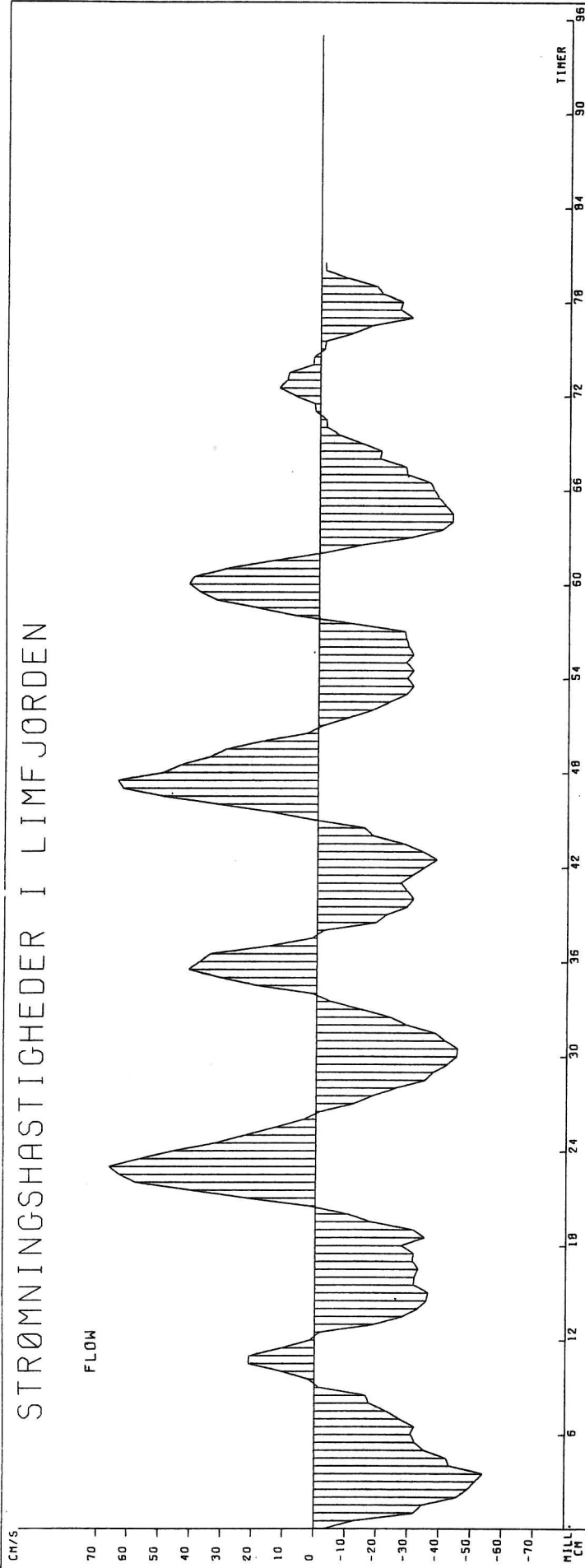
STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJORDEN



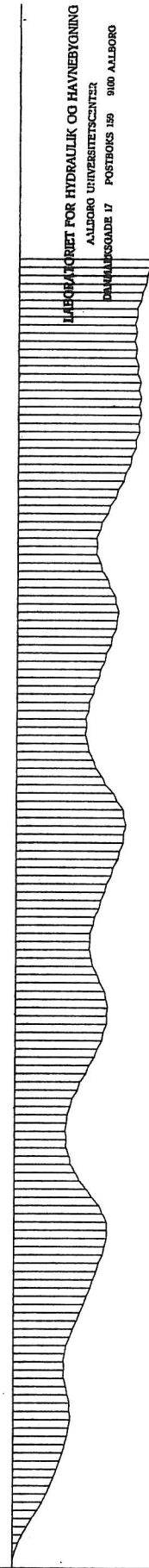
78/03/20
13.58.43

I 5 M I K

STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJØRDEN



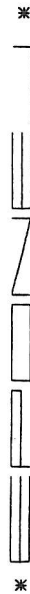
INTEGRERET



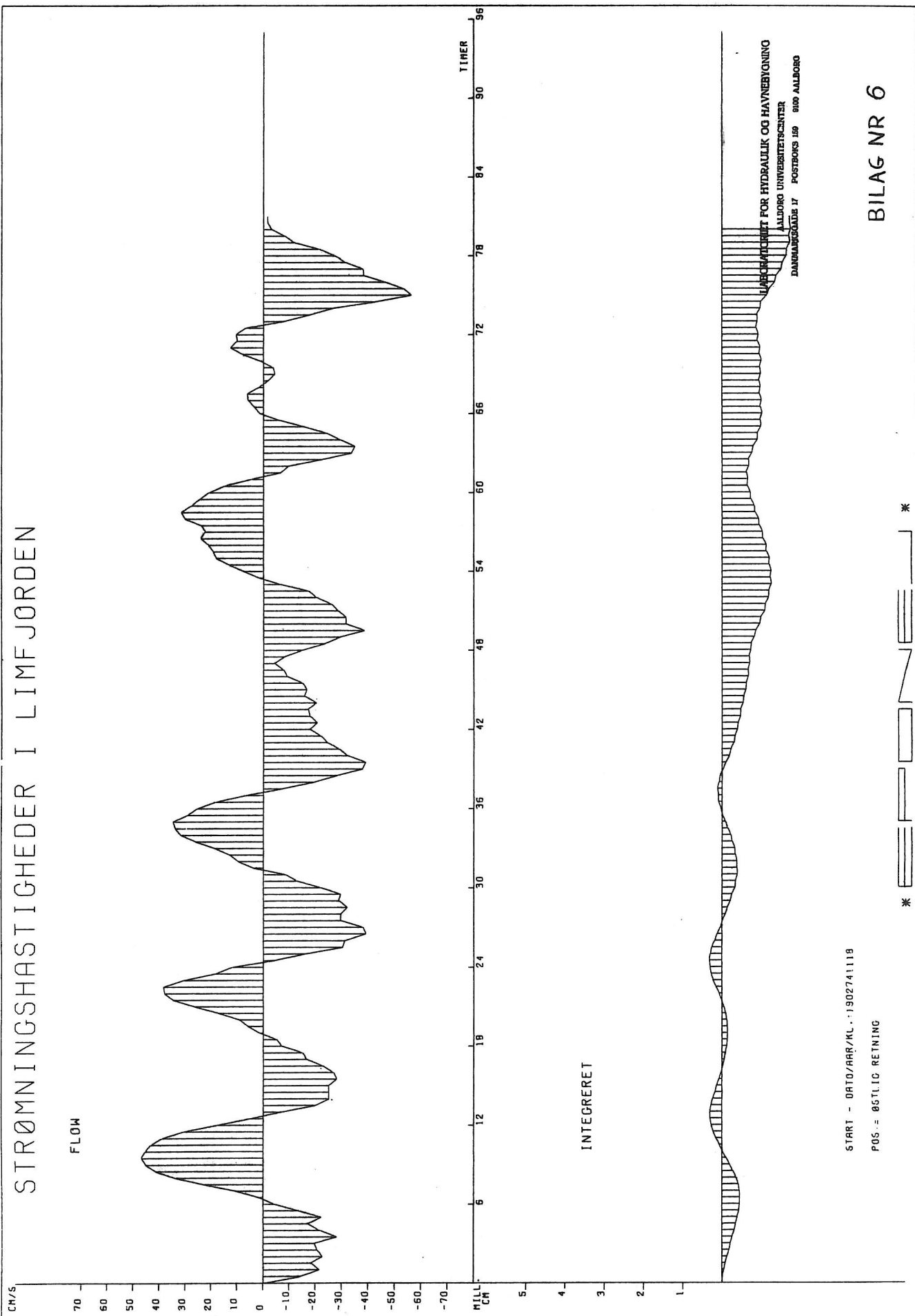
START - DATO/ÅR/KL.: 1402741728

POS.: ØSTLIG RETNING

BILAG NR 5



STRØMNINGSHASTIGHEDER I LIMFJØRDEN



78/03/20
13.50.34

I 5 M I K

